DIRECTION DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE DE LA CULTURE ET DU SPORT DU CANTON DE FRIBOURG

DIPLÔME DE FIN DE SCOLARITÉ OBLIGATOIRE 2009

Maths I | **PG, avec calculatrice** | **Durée 60 minutes**

Nom – prénom : ………………... Corrigé **Classe : ……………**

Total : …………….. / 23 pts (18 pts + 5 pts problème)

1. Calcule le volume de la pyramide régulière à base carrée fabriquée avec les 4 grandes allumettes pour les arêtes latérales et les 4 petites allumettes pour les arêtes de base.

Apothème pyramide : $A^2 + 2{,}5^2 = 10^2$ *ou* demi-diag. base : $x^2 = 2{,}5^2 + 2{,}5$

$A = \sqrt{10^2 - 2{,}5^2}$; $x = \sqrt{2{,}5^2 + 2{,}5^2}$

$A = \underline{9{,}68 \text{ cm}}$ **(1)** ; $x = \underline{3{,}54 \text{ cm}}$ **(1)**

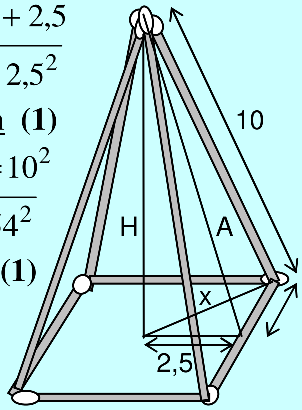
Hauteur pyramide : $H^2 + 2{,}5^2 = 9{,}68^2$; H pyramide : $H^2 + 3{,}54^2 = 10^2$

$H = \sqrt{9{,}68^2 - 2{,}5^2}$; $H = \sqrt{10^2 - 3{,}54^2}$

$H = \underline{9{,}35 \text{ cm}}$ **(1)** ; $H = \underline{9{,}35 \text{ cm}}$ **(1)**

Volume de la pyramide : $V = \dfrac{5^2 \cdot 9{,}35}{3}$

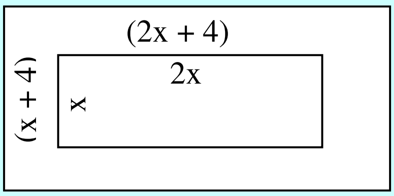
$V = \underline{\underline{77{,}95 \text{ cm}^3}}$ **(1)**



__ / 3 pts

2. La longueur d'une piscine rectangulaire mesure le double de la largeur. Tout autour se trouve une bordure rectangulaire dallée de 2 m de large. Sachant que l'aire de la bordure est de 112 m^2, calcule les dimensions de la piscine.

A 1 inconnue :



Soit x la largeur piscine ; 2x la longueur

(x+4) largeur ext. ; (2x+4) longueur ext. **(0,5)**

$(2x+4)(x+4) - 2x \cdot x = 112$ **(1)**

$2x^2 + 8x + 4x + 16 - 2x^2 = 112$

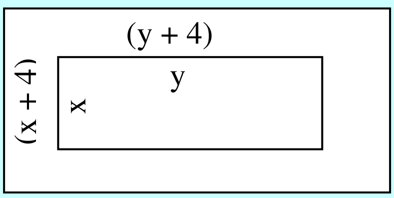
$12x + 16 = 112$

$12x = 96$

$x = \underline{8 \text{ m}}$ **(1)**

Dimensions piscine : $\underline{8 \text{ m et } 16 \text{ m}}$ **(0,5)**

A 2 inconnues :



Soit x la largeur piscine ; y la longueur

(x + 4) largeur ext. ; (y + 4) longueur ext. **(0,5)**

$\begin{cases} y = 2x \\ (x+4)(y+4) - xy = 112 \end{cases}$ **(0,5 par équation)**

$\begin{cases} y = 2x \\ xy + 4x + 4y + 16 - xy = 112 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 2x \\ 4x + 4y = 96 \end{cases}$

équ 1 dans équ 2 : $4x + 8x = 96$

$12x = 96$

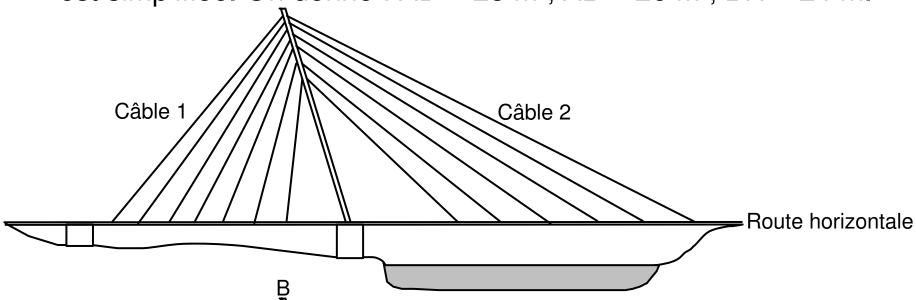
$x = 8$ **(1)**

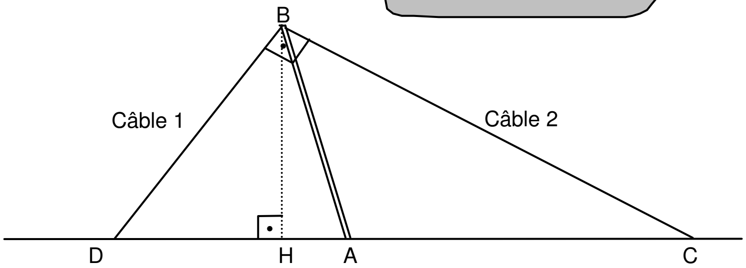
$y = 16$ Dimensions piscine : $\underline{8 \text{ m et } 16 \text{ m}}$ **(0,5)**

Ou autre solution (par exemple découpage) ; **enlever 0,5 pt ou 1 pt suivant l'erreur.**

__ / 3 pts

3. Les figures ci-dessous représentent le croquis d'un pont tenu par des câbles. La 2ème figure est simplifiée. On donne : AD = 28 m ; AB = 26 m ; BH = 24 m.





a) Calcule la longueur du câble 1.
b) Calcule la longueur du câble 2.

a) $(\mathrm{AH})^2 + 24^2 = 26^2$

$\mathrm{AH} = \sqrt{26^2 - 24^2}$

$\mathrm{AH} = \underline{10\text{ m}}$ **(0,5)**

$\mathrm{DH} = 28 - 10 = \underline{18\text{ m}}$ **(0,5)**

Câble 1 : $(\mathrm{BD})^2 = 24^2 + 18^2$

$\mathrm{BD} = \sqrt{24^2 + 18^2}$

$\mathrm{BD} = \underline{\underline{30\text{ m}}}$ **(1)**

b) Angle $\mathrm{B\hat{D}H}$: $\tan \mathrm{B\hat{D}H} = \dfrac{24}{18}$

$\mathrm{B\hat{D}H} = \underline{53{,}13°}$ **(1)**

Angle $\mathrm{B\hat{C}H}$: $90 - 53{,}13 = \underline{36{,}87°}$ **(0,5)** *ou* Câble 2 : $\tan 53{,}13 = \dfrac{\mathrm{BC}}{30}$ **(1)**

Câble 2 : $\sin 36{,}87 = \dfrac{24}{\mathrm{BC}}$ $\mathrm{BC} = 40\text{ m}$ **(0,5)**

$\mathrm{BC} = 40\text{ m}$ **(1)**

Autre solution :

BDH, BHC, BDC sont des triangles semblables **(1)**

Câble 2 : $\dfrac{\mathrm{BC}}{30} = \dfrac{24}{18}$ **(1)**

$\mathrm{BC} = \underline{\underline{40\text{ m}}}$ **(0,5)**

Si encore autre solution, **enlever 0,5 pt ou 1 pt suivant l'erreur**.

__ / 4,5 pts

4. L'eau de mer contient $5 \cdot 10^{-6}$ mg d'or par litre. Le volume de l'eau de mer sur la Terre est d'environ $1{,}4 \cdot 10^{18}$ m^3.

a) Quelle est la masse totale en kilogrammes d'or contenue dans la mer ?

$1{,}4 \cdot 10^{18}\,\text{m}^3 = 1{,}4 \cdot 10^{21}\,\text{litres}$

Masse totale : $1{,}4 \cdot 10^{21}\,\text{litres} \cdot 5 \cdot 10^{-6}\,\text{mg / litre} = 7 \cdot 10^{15}\,\text{mg} = \underline{7 \cdot 10^{9}\ \text{kg}}$

(ou autre solution)
(transformations d'unités 1) (enlever 0,5 pt par erreur)
(calcul 0,5)

b) Les réserves d'or dans le sous-sol de la Terre sont estimées à 50'000 tonnes. Quel pourcentage représente cet or par rapport à l'or contenu dans la mer ?

Rapport : $\dfrac{5 \cdot 10^{4}\,\text{t}}{7 \cdot 10^{6}\,\text{t}}$ ou $\dfrac{5 \cdot 10^{7}\,\text{kg}}{7 \cdot 10^{9}\,\text{kg}}$ **(1)**

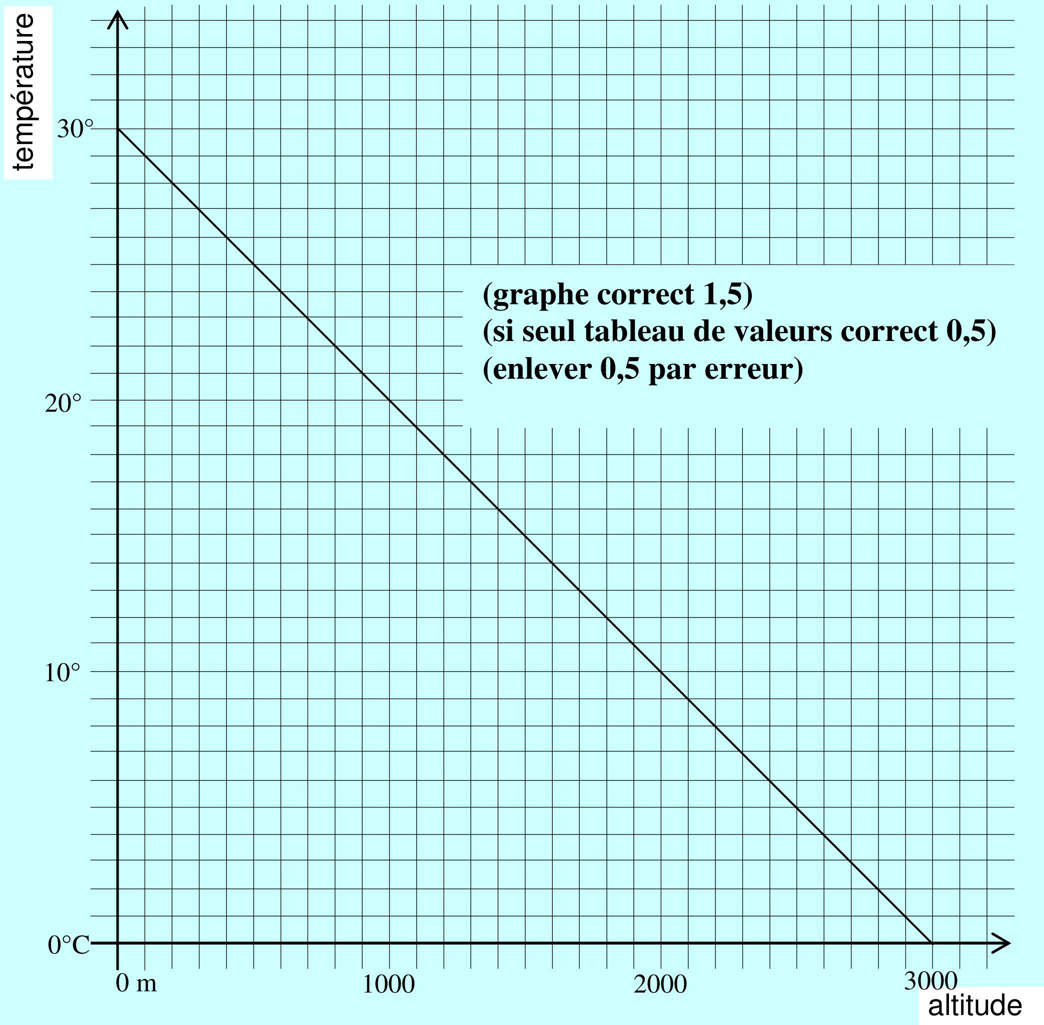
Pourcentage : $\underline{0{,}71\ \%}$ **(0,5)**

(si a) est faux, reprendre le calcul avec le nombre trouvé)

__ / 3 pts

5. Lorsqu'on monte en altitude, la température baisse de 1 °C pour 100 m. Un jour d'été, il fait 30 °C au bord de la mer (0 m d'altitude).
Pour ce jour, on peut exprimer la température de l'air ***t*** (en °C) en fonction de l'altitude ***x*** (en mètres au-dessus du niveau de la mer) ; ***t*** est une fonction affine.
Pour ce jour :
a) Dessine le graphe de cette fonction ***t***, entre 0 m et 3'000 m.

x = altitude (m)	0	1000	2000	3000
t(x) = température (°C)	30	20	10	0



(graphe correct 1,5)
(si seul tableau de valeurs correct 0,5)
(enlever 0,5 par erreur)

b) Détermine la fonction qui associe à chaque altitude ***x*** sa température ***t***.

$t(x) = -0{,}01x + 30$ ou $t(x) = 30 - 0{,}01x$ ou autre notation correcte.
(0,5) **(0,5)** **(enlever 0,5 si notation incorrecte)**

c) Calcule la température de l'air à 2'340 m d'altitude.

$t(2340) = 30 - 0{,}01 \cdot 2340$
t(2340) = 6,6 °C **(1)**

d) Calcule l'altitude à laquelle la température est de 2,4 ºC.

$2{,}4 = 30 - 0{,}01x$ **(0,5)**
$0{,}01x = 27{,}6$
x = 2'760 m **(0,5)**

__ / 4,5 pts

DIRECTION DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE DE LA CULTURE ET DU SPORT DU CANTON DE FRIBOURG

DIPLÔME DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES 2009

Problème de recherche | **Section PG, avec calculatrice** | **Durée 60 minutes**

Nom :………………………….. Corrigé **Classe :……………**

Total : …………….. pts / 5 pts

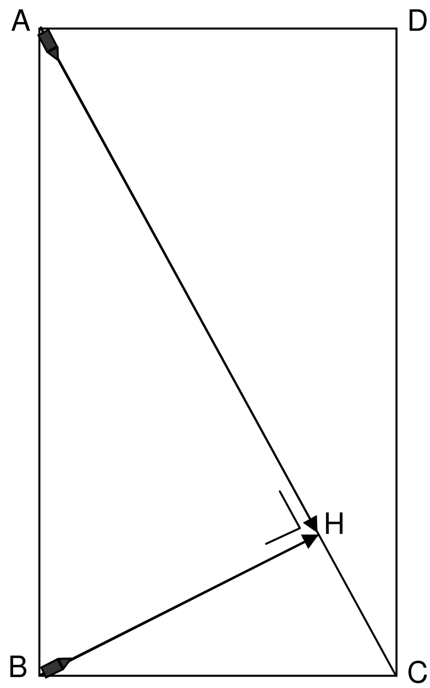
Aline et Basile jouent avec leurs bateaux à moteur dans un bassin rectangulaire de 10 m sur 18 m. Aline lance son navire du sommet A du bassin, en ligne droite et en direction du sommet opposé, à la vitesse de 50 cm par seconde.

Basile, quant à lui, lance son bateau 10 secondes après Aline, du sommet B, en ligne droite et selon une direction perpendiculaire à celle prise par le bateau d'Aline. Le navire de Basile a une vitesse réglable.

Quelle doit être cette vitesse, en cm par seconde, pour que le bateau de Basile intercepte celui d'Aline ?

(Note : on ne tient pas compte de la longueur des bateaux.)

Adapté du Championnat international des jeux mathématiques et logiques



AC mesure : $AC = \sqrt{10^2 + 18^2}$

$AC = 2\sqrt{106}$ m

$AC = \underline{20{,}59\text{ m}}$

Par trigonométrie :

Angle $B\hat{A}D$: $\frac{10\text{ cm}}{18\text{ cm}} = \tan\alpha$

$\underline{29{,}05}° = \alpha$

AH mesure : $\frac{AH}{18\text{ cm}} = \cos 29{,}05°$

$AH = \underline{15{,}73\text{ m}}$

BH mesure : $BH = \sqrt{18^2 - 15{,}73^2}$

$BH = \underline{8{,}74\text{ m}}$

En passant par l'aire du triangle :

Aire de ABC : $\frac{10\text{ m}\cdot 18\text{m}}{2} = \underline{90\text{ m}^2}$

BH mesure : $90\text{m}^2 = \frac{20{,}59\text{m}\cdot BH}{2}$

$BH = \underline{8{,}74\text{ m}}$

En utilisant les triangles semblables :

$\frac{20{,}59\text{m}}{18\text{m}} = \frac{18\text{m}}{AH}$

$AH = \underline{15{,}73\text{ m}}$

Temps du bateau A : 1'573,48 cm : 50 cm/s = $\underline{31{,}47\text{ s}}$

Temps du bateau B : 31,47 s – 10 s = $\underline{21{,}47\text{ s}}$

Vitesse du bateau B : 874,16 cm : 21,47 s = $\underline{40{,}72\text{ cm/s}}$

D'autres solutions sont possibles.

DIRECTION DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE DE LA CULTURE ET DU SPORT DU CANTON DE FRIBOURG

DIPLÔME DE FIN DE SCOLARITÉ OBLIGATOIRE 2009

Maths PG : Grille d'évaluation du problème de recherche

<table>
<tr><th>Critère</th><th>Observables</th><th>Exemplification</th><th>Points</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Stratégie / Procédure
2 pts</td><td>L'élève ne s'engage pas dans la recherche ou utilise une stratégie et des procédures erronées</td><td></td><td>0 pt</td></tr>
<tr><td>L'élève fait de multiples essais et rend compte de ceux-ci, calcule certaines longueurs en utilisant le chaînage avant</td><td>• Par exemple, l'élève calcule la longueur AD par Pythagore et bloque
• L'élève fait des essais multiples structurés mais bloque car il ne voit pas ce qu'il doit calculer</td><td>0.5 pt</td></tr>
<tr><td>L'élève mobilise le chaînage arrière et bloque car il n'arrive pas à trouver certaines conditions permettant l'utilisation d'un théorème ou parce qu'il part sur une propriété impossible à utiliser</td><td>• L'élève identifie les grandeurs à calculer (distances parcourues par les deux bateaux, temps de parcours, …), mais ne mobilise pas les outils pour le faire.
• Même type de blocages dans d'autres cheminements</td><td>1 pt</td></tr>
<tr><td>L'élève mobilise le chaînage arrière et avant et aboutit à une solution satisfaisante</td><td>L'élève qui utilise la bonne stratégie et met en place les bonnes procédures obtient 2 pts. Une mauvaise utilisation des outils mathématiques, donc un résultat erroné malgré ça (erreur de calcul, Pythagore mal posé, …) sera prise en compte ci-dessous .</td><td>2 pts</td></tr>
<tr><td>Utilisation correcte des outils mathématiques
2 pts</td><td>Pythagore, formule d'aire, triangles semblables, trigonométrie, somme des angles d'un triangle, définition de la vitesse, pose et résolution d'équations, …</td><td>Erreurs de calcul, mauvais choix de l'hypoténuse, mauvaise utilisation des formules de sin, cos, tg, …</td><td>2 pts</td></tr>
<tr><td>Communication des procédures
1 pt</td><td>▪ Soin
▪ Structuration : chronologie respectée (haut-bas / gauche-droite), titre, mise en page…
▪ Présence de toutes les informations nécessaires à la bonne compréhension de la solution (explicitation de chaque étape, calculs, unités, justification, essais fructueux ou non…)</td><td></td><td>1 pt</td></tr>
</table>

DIRECTION DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE DE LA CULTURE ET DU SPORT DU CANTON DE FRIBOURG

DIPLÔME DE FIN DE SCOLARITÉ OBLIGATOIRE 2009

Maths II - 1ère partie **PG** **Durée 25 minutes**

Sans calculatrice

Corrigé

Nom - prénom :...................................... **Classe : ....**

Total : .... / 26 pts (7 + 19) **Note : ....**

1. Effectue et / ou simplifie : **/ 4 pts**

a) $10'500'000 \cdot 0{,}000008 =$ $\mathbf{1{,}05 \cdot 10^{7} \cdot 8 \cdot 10^{-6} = 8{,}4 \cdot 10 \text{ ou } 84}$

b) $\frac{9}{5} - \frac{7}{5} \cdot 4^{-1} =$ $\mathbf{\frac{9}{5} - \frac{7}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{9}{5} - \frac{7}{20} = \frac{29}{20}}$

c) $\frac{2x-3}{2} - \frac{x+2}{3} =$ $\mathbf{\frac{6x-9-2x-4}{6} = \frac{4x-13}{6}}$

d) Donne la réponse sous la forme $a\sqrt{b}$:

$\sqrt{75} + \sqrt{300} =$ $\mathbf{\sqrt{3 \cdot 25} + \sqrt{3 \cdot 100} = 5\sqrt{3} + 10\sqrt{3} = 15\sqrt{3}}$

e) $\frac{7x-14}{7} =$ $\mathbf{\frac{7(x-2)}{7} = x-2}$

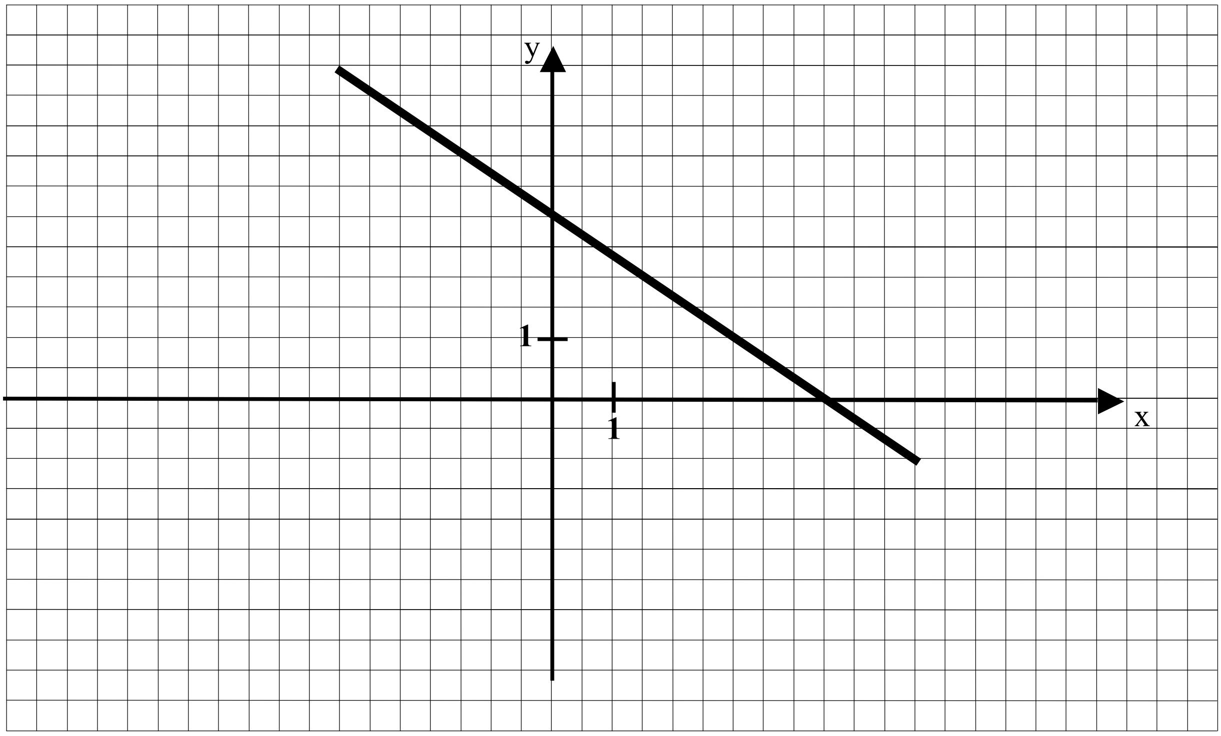
f) $\frac{\sqrt[3]{64x^5}}{\sqrt[3]{27x^2}} =$ $\mathbf{\frac{4x}{3}}$

g) 0,005 litre = $\mathbf{5000 \text{ mm}^3}$

h) Les 75% du tiers de 192 = $\mathbf{\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot 192 = 48}$

0.5 pt par item ; quart de point possible

2. Soit $f(x) = -\frac{2}{3}x + 3$. Représente graphiquement cette fonction. / 1 pt



Juste ou faux, pas de demi-point

3. Il te restait une certaine somme sur ton compte bancaire. Tu en dépenses alors les deux tiers pour t'acheter des livres. Tu achètes ensuite un CD à 21 fr. Il ne te reste alors plus que le cinquième de ce que tu avais reçu. Quelle somme avais-tu sur ton compte ?

/ 2 pts

1ère solution :

Fraction correspondante à 21 fr : $\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$

Somme reçue [en fr] : $\frac{21 \cdot 15}{2} = 157.5$

1 pt pour la fraction ; 1 pt pour la somme

2e solution :

Soit x la somme cherchée [en fr]

$$x - \frac{2}{3}x - 21 = \frac{x}{5}$$

$$15x - 10x - 315 = 3x$$

$$2x = 315$$

$$x = 157.5$$

1 pt pour l'équation; 1 pt pour la résolution

DIRECTION DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE DE LA CULTURE ET DU SPORT DU CANTON DE FRIBOURG

DIPLÔME DE FIN DE SCOLARITÉ OBLIGATOIRE 2009

Maths II – 2^e partie **PG** **Durée 50 minutes**

Avec calculatrice

Nom- prénom :.. **Classe : ....**

1. **Effectue et réduis:** **/ 2 pts**

a) $(2x-1)(-x+10)+(0,5x+2)^2 =$ $\mathbf{-2x^2+20x+x-10+0,25x^2+2x+4=}$
$\mathbf{-1,75x^2+23x-6}$

b) $(50x^2y-12x+43y)-(-18x+52y-45x^2y) =$ $\mathbf{95x^2y+6x-9y}$

1 pt par item ; demi-point possible

2. **Factorise le plus possible :** **/ 3 pts**

a) $250a^2b^2-50ab+150a^2b =$ $\mathbf{50ab(5ab-1+3a)}$

b) $(2x-1)(3y+8)-(5y-3)(2x-1) =$ $\mathbf{(2x-1)(-2y+11)}$

c) $80a^2-40ab+5b^2 =$ $\mathbf{5(16a^2-8ab+b^2)=5(4a-b)^2}$

1 pt pour chaque item ; demi-point possible

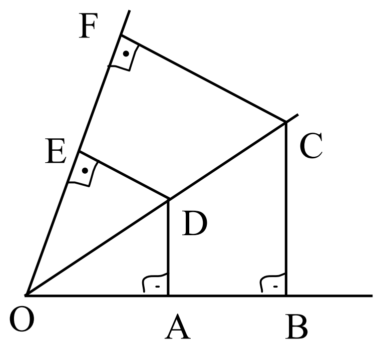
3. **Les skieurs et snowboarders qui participent à l'Xtreme de Verbier descendent la face Nord du Bec des Rosses, une pente inclinée en moyenne à 50°. Son sommet est situé à 3222 mètres d'altitude, l'arrivée à 2722 m.**
Quelle est la pente moyenne de cette face en % ? **/ 2 pts**

$$\textbf{Distance horizontale }[\text{en mètres}] : \tan(50°) = \frac{500}{x} \Rightarrow x = 419.55$$

$$\textbf{Pente }[\text{en \%}] : \frac{500}{419.55} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 119,18$$

1 pt pour chaque grandeur calculée

4. On donne : OA = 189, OB = 252, OE = 180 et AD = 48 **/ 3 pts**
Calcule : BC et OF.



$$\frac{189}{48} = \frac{252}{BC} \Rightarrow BC = 64$$

$$OD^2 = 189^2 + 48^2 \Rightarrow OD = 195$$

$$252^2 + 64^2 = OC^2 \Rightarrow OC = 260$$

$$\frac{260}{OF} = \frac{195}{180} \Rightarrow OF = 240$$

1 pt pour BC et 1 pt pour OF ; 0,5 pt pour les longueurs utiles calculées par Pythagore.

5. Résous et donne l'ensemble de solutions : **/ 3 pts**

a) $16x^2 - 64 = 0$ $\quad$ $\mathbf{S = \{-2;2\}}$

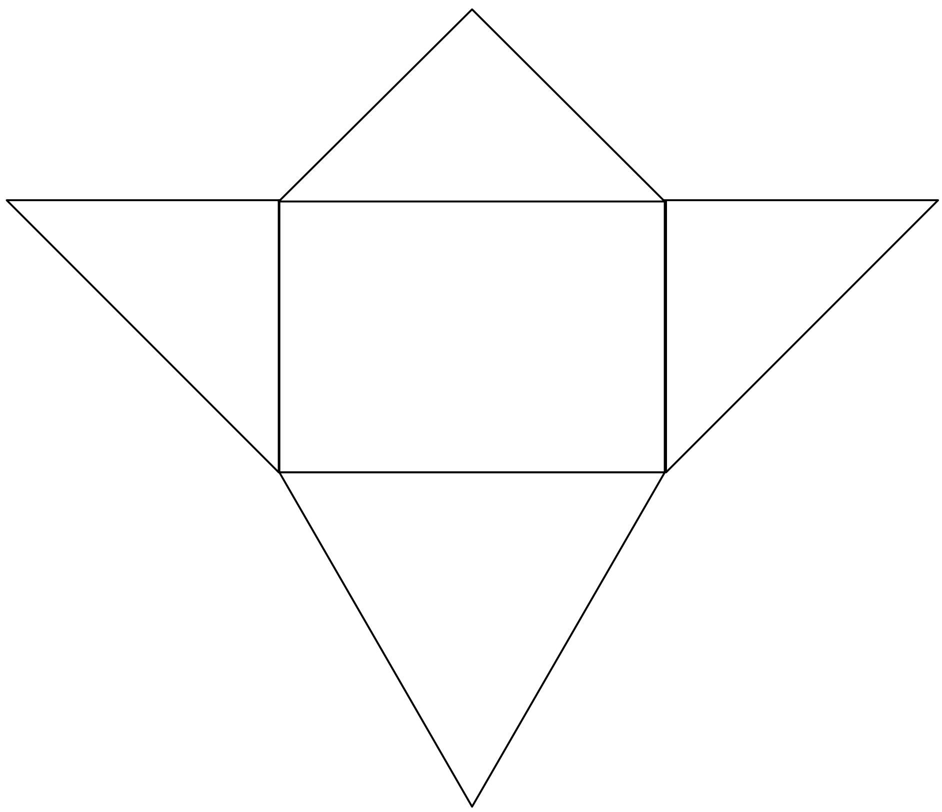
b) $\begin{cases} 5x + \frac{1}{5}(1-y) = 25 \\ 20x - 2y = 50 \end{cases}$ $\quad$ $\boldsymbol{S = \{(6{,}6;41)\}}$

1 pt pour la résolution ;
0,5 pt pour l'ensemble de solutions ; -0,5 pt par erreur

6. Dessine à l'échelle 1 : 50 le développement de la pyramide ACGEB si l'arête du cube mesure 1,8 m. Les longueurs calculées pour le dessin seront arrondies au millimètre.

/ 3 pts

1,8 mètre est représenté par 3,6 cm sur le dessin à l'échelle 1 : 50
Longueur de l'aire de base [en cm] : $3{,}6^2 + 3{,}6^2 = L^2 \Rightarrow L = 5{,}1$ cm



0.5 pt pour le calcul de la longueur (pas absolument nécessaire, donc si pas calculée, attribuer 2,5 pts pour le développement); 0,5 pt pour la mise à l'échelle ; 2 (ou 2,5) pts pour le développement ; enlever jusqu'à 1 pt pour le manque de précision.